

## Модель производительности труда в многономенклатурных производствах

Показатель производительности труда является одним из основных при управлении численностью персонала предприятия и фонда оплаты труда. Как правило, темпы роста заработной платы не должны превышать темпов роста производительности труда.

Фактическая производительность труда в самом общем виде может быть описана следующей формулой:

$$P_{fact} = \frac{Q_{fact}}{t_{fact}}$$

где  $Q_{fact}$  — фактический выпуск продукции в натуральных единицах измерения,  $t_{fact}$  — фактические затраты живого труда в единицах времени.

Указанная выше формула, представленная в разных источниках (в т.ч. в Википедии), является всего лишь альтернативной записью концепции производительности труда как экономической категории, но не практическим инструментом ее расчета.

Достоинством предлагаемой в данной работе модели является обоснованный метод расчета выпуска условного продукта, что позволяет решить проблему расчета общей производительности труда в многономенклатурных производствах без использования субъективных переводных коэффициентов.

Предлагаемая модель производительности труда позволяет также учесть не только динамику физического объема выпускаемой продукции, но и изменение ее себестоимости. В таком качестве предлагаемая модель производительности труда является одновременно и одним из индикаторов эффективности бизнеса.

1. Назначение и ограничения предлагаемой модели расчета производительности труда.

Предлагаемая модель предназначена для расчета производительности труда в целом по предприятию (*или бизнес направлениям*) в качестве одного из факторов, влияющих на эффективность бизнеса. Поэтому предлагаемая модель учитывает как экстенсивные, так и интенсивные факторы производства. Так снижение общего уровня себестоимости продукции оценивается моделью эквивалентно увеличению объемов натурального выпуска продукции.

Если продукты, производимые предприятием, несопоставимы по факторам производства (*управление их себестоимостью полностью независимо*), то нет оснований для расчета объема выпуска условной продукции в целом по предприятию. Такая предпосылка приводит к следующей модели предприятия — агломерат независимых цехов под единым заводским управлением (*фактически несколько заводов в заводе*).

В этой ситуации производительность труда следует считать по отдельным производствам, а фонд рабочего времени управленческого персонала распределять. Для таких управленцев рост производительности труда будет определяться как средневзвешенный рост производительности труда по производствам. Веса - доли фонда их рабочего времени, распределенного по производствам. Распределение – это результат экспертизы.

В каждом локальном производстве предложенная модель работает на свойственной только этому производству линейке продуктов.

Предлагаемая модель расчета количества произведенного условного продукта позволяет учесть не только собственно изменение количества производимых продуктов, но и структурные сдвиги в себестоимости отдельных видов продуктов из производимой предприятием линейки продуктов, а также динамику общего уровня себестоимости производства. Модель также не допускает какой-либо субъективности, например, экспертных оценок качественных характеристик продукта.

Этим свойством предложенная модель отличается от иных моделей расчета производительности труда, основанных на понятии условного продукта и использующих переводные коэффициенты по количествам выпущенной продукции по ее видам.

## 2. Описание модели условного продукта.

Предлагаемая модель условного продукта представляет собой частное от деления себестоимости всего товарного выпуска продукции на среднюю взвешенную (*веса – доли продуктов в себестоимости товарного выпуска*) себестоимость единицы продукта.

Данная модель естественным образом следует из следующей формулы:

$$C = k \times e$$

где

**C** - себестоимость товарного выпуска,

**k** - количество продукции,

**e** – себестоимость единицы продукции.

При многономенклатурном производстве в качестве показателя себестоимости единицы продукции следует принять величину, характеризующую всю генеральную совокупность себестоимостей единиц видов продукции:  $\{e_1, \dots, e_n\}$ . Такой величиной является некоторая средняя величина. Определяющим показателем такой величины является себестоимость товарного выпуска, что следует из приведенной выше формулы.

Брать для расчета простую среднюю величину нет оснований – объем выпуска видов продукции различен. Взвешивать на долю в количестве общего объема выпуска продукции в натуральном выражении также является неверным. Могут отличаться единицы измерения, но даже при одинаковых единицах измерения продукты могут быть существенно отличающимися по своим качественным пока-

зателям (*сравним, например, литр кефира, ряженки, молока и пр.*), а значит и по уровню их доходности. Предполагая, что качество (*доходность*) продуктов связано с их себестоимостью, т.е. больший объем товарного выпуска (*в стоимостном выражении*) **потенциально** обеспечивает больший съем прибыли, веса следует рассчитывать в виде долей в общей себестоимости товарного выпуска.

Какие то статьи затрат можно исключить из расчета количества условного продукта, если только предприятие не управляет (*или практически не управляет*) их себестоимостью приобретения (*заготовления*).

Исключать же себестоимость полностью из модели неоправданно. Повторюсь, оптимизация себестоимости – это эквивалент увеличения объемов выпуска продукции, поскольку также как и рост объемов выпуска продукции в натуральном выражении обеспечивает потенциал роста эффективности бизнеса.

Еще пример (*намеренно рассмотрен крайний случай, показывающий правильный выбор способа взвешивания себестоимостей продуктов*).

Пусть себестоимость одного продукта ноль (*как-то доведена до нуля*), а второго – какая-либо величина, отличная от нуля. И пусть иных продуктов нет. Предложенная модель исключает продукт с нулевой себестоимостью из рассмотрения. Средняя взвешенная себестоимость будет равна себестоимости второго продукта. Задумаемся – логично это или нет? Полагаю, что логично. “Дармовой” продукт (*украден, выявлен при инвентаризации, сфальсифицировали затраты и т.п. гипотетические причины нулевой себестоимости*) не характеризует усилий предприятия по производству продукции, лишь указывает на внешние, не связанные с реальным производством, факторы регулирования себестоимости

Привязываться при расчете производительности труда непосредственно к прибыли также нет оснований, т.к. искомый нами показатель (*производительность труда*) характеризует **потенциал производства**. Его рыночная реализация – это самостоятельный фактор эффективности бизнеса.

Чтобы учесть в модели условного продукта фактор изменение общего уровня себестоимости продукции следует себестоимость товарного выпуска скорректировать на темп роста средневзвешенной себестоимости единицы продукта отчетного и предыдущего месяца.

### 3. Исследование модели условного продукта.

Исследование поведения предложенной модели условного продукта доказывает ее адекватность экономическим требованиям.

Исследование проведено на примере производства двух продуктов (№ 1 и № 2).

Инструментарий исследования – дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Будем исследовать лишь влияние на функцию условного продукта изменения себестоимости отдельных видов продуктов и общего уровня себестоимости. Вли-

яние количества производимых продуктов на функцию условного продукта очевидно.

Рассмотрим вначале модель условного продукта без корректировки на общий уровень изменения себестоимости.

Модель выписываем только на параметрах количества и себестоимости товарных выпусков по видам продукции, т.к. себестоимость единицы продукции является их функцией. То есть прямое использование в модели показателей себестоимости единицы продукции обоснованно исключено.

Получаем:

$$k = \frac{(c_1 + c_2)^2}{\left(\frac{c_1^2}{k_1} + \frac{c_2^2}{k_2}\right)}$$

где

$k$  – количество выпуска условного продукта;

$c_1$  – себестоимость товарного выпуска продукции № 1;

$c_2$  – себестоимость товарного выпуска продукции № 2;

$k_1$  – количество товарного выпуска продукции № 1;

$k_2$  – количество товарного выпуска продукции № 2.

Пусть  $c_2 = c_1 \times i$ .

Рассчитаем первую производную функции условного продукта по  $c_1$ :

$$D^1 \left[ \frac{(c_1 + c_1 \times i)^2}{\left(\frac{c_1^2}{k_1} + \frac{(c_1 \times i)^2}{k_2}\right)}, c_1 \right] = 0$$

Итак, производная по себестоимости выпуска продукта № 1 (*себестоимость товарного выпуска продукта № 2 по условиям задачи находится в пропорциональной зависимости*) равна нулю. Остальные параметры модели предполагаются неизменными. То есть модель не чувствительна к изменению общего уровня себестоимости.

Добавим в модель корректирующий коэффициент (*темпы роста средневзвешенной себестоимости единицы продукта отчетного и предыдущего месяца*).

Предложенная модель сохраняет положительные качества предыдущей (*стимулирование снижения дифференциации себестоимости продуктов*) плюс она поощряет снижение общего уровня себестоимости.

Значение  $e_0$  (*средняя взвешенная себестоимость единицы условного продукта в предыдущем периоде*) не детализируем до составляющих, т.к. данный показатель не содержит варьируемых переменных. А значит - не влияет на вид производной.

Итак, дифференцируя функцию условного продукта по  $c_1$ , имеем:

$$D^1 \left[ e_0 \frac{(c_1 + c_1 \times i)^3}{\left(\frac{c_1^2}{k_1} + \frac{(c_1 \times i)^2}{k_2}\right)^2}, c_1 \right] = -\frac{e_0(1+i)^3 k_1^2 k_2^2}{c_1^2 (i^2 k_1 + k_2)^2}$$

Производная является отрицательной (*при очевидном  $i > 0$* ), т.е. функция монотонно убывает при росте общего уровня себестоимости продукции.

Рассмотрим сейчас влияние изменения себестоимости единицы отдельного вида продукции на условный продукт. Для этого примем себестоимость товарного выпуска продукта № 2 в отчетном периоде равной предыдущему месяцу ( $c_{02}$ ), а себестоимость товарного выпуска продукта № 1 -  $c_{01} \times i$ . Остальные параметры модели остаются неизменными.

Определим первую производную функции условного продукта по  $i$ :

$$D^1 \left[ e_0 \frac{(c_{01} \times i + c_{02})^3}{\left(\frac{(c_{01} \times i)^2}{k_1} + \frac{c_{02}^2}{k_2}\right)^2}, i \right] = -\frac{c_{01} e_0 (c_{02} + c_{01} i)^2 k_1^2 k_2^2 (-3c_{02}^2 k_1 + c_{01} i (4c_{02} + c_{01} i) k_2)}{(c_{02}^2 k_1 + c_{01}^2 i^2 k_2)^3}$$

Видно, что функция условного продукта имеет экстремум (*производная обращается в ноль на интервале изменения параметра  $i$* ).

Исследует экстремум.

Определим вторую производную функции условного продукта по  $i$ :

$$D^2 \left[ e_0 \frac{(c_{01} \times i + c_{02})^3}{\left(\frac{(c_{01} \times i)^2}{k_1} + \frac{c_{02}^2}{k_2}\right)^2}, i \right] = \frac{2c_{01}^2 e_0 (c_{02} + c_{01} i) k_1^2 k_2^2 (3c_{02}^4 k_1^2 - 2c_{02}^2 (c_{02}^2 + 8c_{01} c_{02} i + 4c_{01}^2 i^2) k_1 k_2 + c_{01}^2 i^2 (10c_{02}^2 + 8c_{01} c_{02} i + c_{01}^2 i^2) k_2^2)}{(c_{02}^2 k_1 + c_{01}^2 i^2 k_2)^4}$$

При  $i \leq 1$  и равном выпуске и себестоимости двух продуктов вторая производная отрицательна, то есть функция условного продукта имеет на указанном интервале максимум.

Определим значение  $i$ , при котором достигается экстремум.

Корень уравнения производной (*отрицательное значение, естественно, исключено*):

$$i = \frac{-2c_{01} c_{02} k_2 + \sqrt{c_{01}^2 c_{02}^2 k_2 (3k_1 + 4k_2)}}{c_{01}^2 k_2}$$

Упрощаем,

$$i = \frac{c_{02}}{c_{01}} \times \left( \sqrt{\frac{3k_1}{k_2} + 4} - 2 \right)$$

То есть, если предположить, что продукты имеют одинаковую себестоимость и объем товарного выпуска, то оптимальное значение  $i = \sqrt{7} - 2 = 0,645751$ . Дальнейшая дифференциация себестоимости видов продукции моделью не поощряется, т.е. себестоимость продукта будет считаться аномальной.

Это, кстати, следует считать не доказательством, а **определением аномальности себестоимости одного из продуктов в линейке видов производимой продукции, основывающемся на феномене Золотого сечения.**

Иначе говоря, предложенная нами формула вычисления производительности труда на примере двух продуктов демонстрирует принцип Золотого сечения, что является весомым аргументом доверия к полученным результатам исследования.

---

### Справка

Если искать ближайшее к золотому сечению  $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$  выражение более простого вида  $\sqrt{a}-b$ , где  $a$  и  $b$  простые целые однозначные числа, то имеем следующее решение  $\sqrt{7}-2$  ( $\approx 0,65$ ).

Итак, “диспропорция” от состояния производства, характеризующегося двумя продуктами с одной и той же себестоимостью и одинаковым объемом товарного выпуска, допускается, но не более чем в пропорции золотого сечения по их себестоимости при одинаковом объеме выпуска. Такое соотношение объемов производства и себестоимости продуктов обеспечивает максимальную совокупную эффективность производства при одинаковом объеме выпуска видов продукции. При увеличении “диспропорции” производства эффективность производства (*количество производимого условного продукта*) начинает уменьшаться.

Следовательно, в дальнейшем для повышения эффективности производства (*объема выпущенного условного продукта*) при одинаковом объеме выпуска видов продукции необходимо либо снижать себестоимость дорогого продукта до себестоимости продукта ставшего более дешевым, либо уменьшать общий уровень себестоимости производства всех видов продукции.

#### 4. Определение фактических затрат живого труда.

В представленном выше исследовании не рассмотрены проблемы расчета фактических затрат живого труда. Тема достаточно проста.

При этом полагаю, что необходимо все-таки дать несколько замечаний. Представляется, что наиболее точным показателем, характеризующим затраты живого труда, является фонд рабочего времени всего персонала предприятия. Практика показывает, что имеются ошибочные попытки использовать среднюю списочную численность персонала предприятия. Средняя списочная численность

персонала включает, в том числе, работников, не участвующих в процессе производства, а потому искусственно занижает показатель производительности труда.

5. Осталось выписать предложенную модель производительности труда в общем виде:

$$\left[ \begin{array}{c} (\sum_{i=1}^n c_i)^3 \\ e_0 \frac{\quad}{(\sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{k_i})^2} \end{array} \right] : t$$

где

$e_0$  - средняя взвешенная себестоимость единицы условного продукта в предыдущем

периоде, рассчитываемая по формуле  $\left[ \begin{array}{c} (\sum_{i=1}^n c_{0i})^2 \\ \sum_{i=1}^n \frac{c_{0i}^2}{k_{0i}} \end{array} \right];$

$i = \{1, \dots, n\}$  – виды продукции;

$c_i$  – себестоимость товарного выпуска  $i$ -ой продукции в текущем периоде;

$c_{0i}$  – себестоимость товарного выпуска  $i$ -ой продукции в предыдущем периоде;

$k_i$  – количество товарного выпуска  $i$ -ой продукции в текущем периоде;

$k_{0i}$  – количество товарного выпуска  $i$ -ой продукции в предыдущем периоде;

$t$  – фонд рабочего времени предприятия в текущем периоде.

Управляющий ЗАО Аудиторско-консалтинговая фирма

«АНДРЕЕВ&ПАРТНЕРЫ»

\_\_\_\_\_ Андреев Д.М.

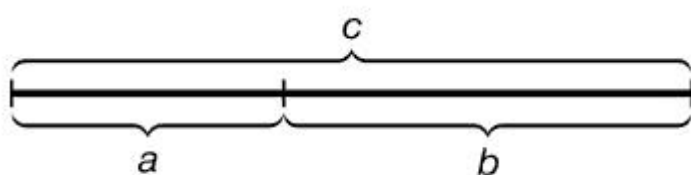
**P.S.**

**Справка**

### Золотое сечение (Section Divine)



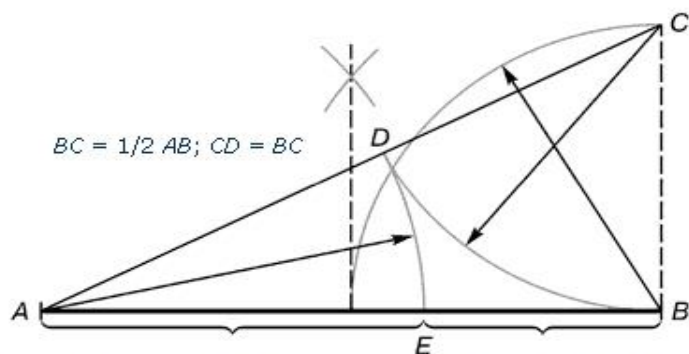
Геометрическое подобие проявляется в природе как общий принцип пространственной организации формы в живых структурах. Какие бы метаморфозы в процессе дальнейшего роста не претерпела живая клетка, принадлежащая организму, она является результатом дихотомичных делений от некоторой "точки" начального деления.



Геометрическое изображение золотой пропорции

Золотое сечение (Section Divine) - закон пропорциональной связи целого и составляющих его частей. Это простая соразмерность частей с целым.

В феномене Золотого сечения выражается одно из самых ярких проявлений гармонии природы, оно является признаком структурного единства объектов природы и объективной характеристики объектов искусства, архитектуры, явлений в области восприятия.



$$BC = 1/2 AB; CD = BC$$

$E$  делит отрезок  $AB$  в соотношении золотой пропорции

Классический пример Золотого сечения - деление отрезка в среднепропорциональном отношении, когда целое так относится к большей своей части, как большая часть - к меньшей.

Число золотого сечения, соединяющее свойства аддитивности и мультипликативности находится как корень (решение) следующей системы двух уравнений:

$$a+b=c \quad (\text{аддитивность}) \quad (1)$$

$$c:b=b:a \quad (\text{мультипликативность}) \quad (2)$$

Аддитивность - свойство структурированного целого, универсальное свойство окружающего нас Мира, где всякое целое состоит из частей, и само является частью большего целого.

Мультипликативность - также универсальное свойство развития, роста, любого динамического процесса развития целого и его частей. Оно показывает, что на все части структурно организованного целого распространяется одна и та же закономерность роста. То есть, целое должно остаться во времени качественно тождественным самому себе в любой момент бытия.

Из свойств (1) и (2) следует:

$$(a+b):b=b:a \quad (3)$$

Если обозначить  $a:b = x$ , то выражение (3) приобретет вид квадратного уравнения:

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (4)$$

Решением данного уравнения являются следующие корни:

$$x_1 = -\frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx -1,62$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0,62.$$



В 1202 году открытием ряда Фибоначчи было обнаружено фундаментальное свойство среднепропорционального отношения - единство аддитивности и мультипликативности. В эпоху Ренессанса среднепропорциональное отношение именовали *Sectio divina* - божественной пропорцией. Леонардо да Винчи дал ему имя *Sectio aurea* - Золотое сечение, которое живет и поныне.